

ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД В ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛА «ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ» ПРИ ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Н.В. Спиридонова¹

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: nvshkolina@mail.ru

Математика – фундамент технического образования, и в практической деятельности любого специалиста она призвана решать профессиональные задачи. Поэтому математическую подготовку в техническом университете необходимо направлять на формирование математической компетенции студентов в соответствии с их квалификацией, и делать это рационально на профессионально ориентированных примерах. В статье показано и обосновано практическое использование раздела математического анализа «Интегральное исчисление» для решения экономических задач.

Ключевые слова: учебный процесс, специалист экономического профиля, математическая подготовка, интегральное исчисление, определенный интеграл, несобственный интеграл, экономические задачи.

Произошедшие за последнее время изменения в системе образования повлекли за собой потребность в новых подходах к разработке, обновлению и совершенствованию учебного процесса в вузе. Одним из основных достоинств технического вуза является то, что он дает студентам фундаментальные знания, связанные с их будущей профессиональной деятельностью [1].

Математика является основой для различных фундаментальных исследований, а значит, качественное математическое образование является важной частью профессиональной подготовки специалистов.

Довольно часто после окончания высшего технического учебного заведения инженеры, умея производить различные математические операции, не имеют должного представления о возможностях и роли использования математических методов при решении задач, т. е. прослеживается отрыв мате-

¹ Наталья Владимировна Спиридонова, преподаватель кафедры высшей математики и прикладной информатики.

математических знаний от умения их применять. Поэтому помимо формирования у студентов математических понятий и соответствующих умений необходимо заниматься развитием правильных представлений о роли математики и возможностях использования математического аппарата при решении технических и научных задач [2].

Раздел «Математический анализ» – фундамент базовой математической подготовки экономиста. Одной из самых сложных тем математического анализа является интегральное исчисление, так как процесс вычисления интегралов в целом не поддается формальной схематизации. В основном практическое приложение интеграла используется в физике и технике, а также при нахождении объемов геометрических тел и при вычислении площадей разнообразных фигур. В то же время интегральное исчисление дает богатый математический аппарат для моделирования и исследования процессов, происходящих в экономике. При этом нужно отметить, что в курсах экономического и экономико-математического содержания необходимость вычисления сложных интегралов практически не встречается [3]. Поэтому при изложении темы «Интегральное исчисление» для экономических направлений можно не рассматривать подробно интегралы от рациональных дробей, имеющих в знаменателе кратные комплексные корни, интегралы от функций, содержащих иррациональности (кроме простейших), от тригонометрических функций, приводящие к интегралам от громоздких дробно-рациональных функций, а уделить больше времени применению интегрального исчисления в экономике.

Теме «Несобственные интегралы» стоит уделить несколько больше времени, чем это обычно делается в программе высшей математики для экономистов, дав четкие представления о сходимости несобственных интегралов по бесконечному промежутку. Это обосновано тем, что данные объекты активно используются теорией оптимального управления, а также присутствуют в большом количестве моделей теории экономического роста.

Остановимся на некоторых примерах использования интегрального исчисления в экономике.

Рассмотрим некоторые экономические приложения определенного интеграла:

- если функция $y = f(t)$ описывает изменение производительности некоторого производства, то объем продукции, произведенной за время $[0; T]$, вычисляется по формуле

$$Q = \int_0^T f(t) dt;$$

– если в функции Кобба – Дугласа затраты труда считать линейно зависимыми от времени, а затраты капитала неизменными, то объем производимой продукции Q за T лет равен

$$Q = \int_0^T (at + \beta) e^{\gamma t} dt;$$

– если проценты по вкладу начисляются непрерывно и их характеризует функция $y = f(t)$, а удельная норма процента равна p , то дисконтированный доход K за T составляет

$$K = \int_0^T f(t) e^{-pt} dt;$$

– если известна функция потребления $c(t)$ за определенный промежуток времени $[0; T]$, то значение суммарного фонда потребления $C(T)$ можно определить по формуле

$$C = \int_0^T c(t) dt;$$

и т. д.

Пример 1. Определить дисконтированный доход, если процентная ставка 7 %, первоначальные вложения 15 млн руб., прирост 4 млн руб. ежегодно. Срок – 3 года.

Решение. Согласно условию задачи функция капиталовложений является линейной, т. е. $f(t) = k + lt$, где k – первоначальные вложения, l – ежегодный прирост. Значит, $f(t) = 15 + 4t$. Удельная норма процента равна $p = 0,07$. Для определения дисконтного дохода воспользуемся формулой

$$K = \int_0^T f(t) e^{-pt} dt;$$

тогда

$$K = \int_0^3 (15 + 4t) e^{-0,07t} dt = \left\{ \begin{array}{l} u = 15 + 4t \\ dv = e^{-0,07t} dt \end{array} \right| \begin{array}{l} du = 4dt \\ v = -\frac{100}{7} e^{-0,07t} \end{array} \right\} =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{100}{7}(15 + 4t)e^{-0,07t} \Big|_0^3 + \frac{400}{7} \int_0^3 e^{-0,07t} dt = -\frac{2700}{7}e^{-0,21} + \frac{1500}{7} - \\
&\quad - \frac{40000}{49}e^{-0,07t} \Big|_0^3 = -\frac{2700}{7}e^{-0,21} + \frac{1500}{7} - \frac{40000}{49}e^{-0,21} + \frac{40000}{49} = \\
&\quad = -\frac{5890}{49}e^{-0,21} + \frac{50500}{49} \approx 56
\end{aligned}$$

Это означает, что если вложить 15 млн руб. и в течение следующих трех лет дополнительно ежегодно вкладывать по 4 млн руб., то через три года наращенная сумма составит ту же величину, что и в случае одновременного первоначального вложения в 56 млн руб. при той же исчисляемой непрерывной процентной ставке.

Пример 2. Найти объем продукции, произведенной рабочим за второй час рабочего дня, если производительность труда характеризуется следующей функцией: $y = 3x^2 - 2x + 1$.

Решение. Определение объема произведенной продукции сводится к вычислению определенного интеграла вида

$$Q = \int_1^2 (3x^2 - 2x + 1) dx = (x^3 - x^2 + x) \Big|_1^2 = 5.$$

За второй час работы рабочий произведет 5 единиц продукции.

Рассмотрим на нескольких примерах применение неопределенного интеграла в экономике:

– если u_I – значение целевой функции общественного благосостояния (ЦФБ) при полном удовлетворении рациональных потребностей, а $u(t)$ – значение ЦФБ в момент времени t , то потери благосостояния общества при движении к идеальному состоянию определяются интегралом

$$W = \int_0^\infty (u_1(t) - u_2(t)) dt;$$

– если $g(t)$ – целевая функция потребления, то при непрерывном времени объемы потребления вычисляются по формуле

$$V = \int_0^\infty q(t) dt;$$

– если $l(t)$ – функция, выражающая количество оборудования, находящегося в рабочем состоянии по истечении t лет, то средний срок эксплуатации равен

$$\bar{T} = \int_0^{\infty} l(t) dt;$$

– если функция $f(t)$ характеризует изменение издержек обращения и капиталовложений, то общую сумму текущих затрат можно определить по формуле

$$S = \int_0^{\infty} f(t) dt.$$

Пример 3. Найти средний срок эксплуатации оборудования, если функция, характеризующая количество оборудования, находящегося в рабочем состоянии по истечении времени t , имеет вид $l(t) = t^3 e^{-t^2}$.

Решение. Средний срок эксплуатации оборудования находится по формуле $\bar{T} = \int_0^{\infty} l(t) dt$.

$$\begin{aligned} \bar{T} &= \int_0^{\infty} t^3 e^{-t^2} dt = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b t^3 e^{-t^2} dt = \left\{ \begin{array}{l} u = t^2 \\ dv = t e^{-t^2} dt \end{array} \middle| \begin{array}{l} du = 2t dt \\ v = -\frac{1}{2} e^{-t^2} \end{array} \right\} = \\ &= \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\left(-\frac{1}{2} t^2 e^{-t^2} \right) \bigg|_0^b + \int_0^b t e^{-t^2} dt \right) \\ &= -\frac{1}{2} \lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{b^2}{e^{b^2}} + \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{2} e^{-t^2} \right) \bigg|_0^b = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Пример 4. Определить общую сумму текущих затрат, если функция, характеризующая текущие издержки обращения и капиталовложения, имеет вид

$$f(t) = \frac{t}{\sqrt{(t^2 + 3)^3}}$$

Решение. Общую сумму текущих затрат можно определить по формуле

$$S = \int_0^{\infty} f(t) dt.$$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\infty} \frac{t dt}{\sqrt{(t^2 + 3)^3}} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{t dt}{\sqrt{(t^2 + 3)^3}} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \frac{(t^2 + 3)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} \bigg|_0^b = \\ &= -\lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{b^2 + 3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (усл. ед.)}. \end{aligned}$$

Итак, можно сделать вывод, что интегральное исчисление является мощным средством решения прикладных экономических задач. Для повышения мотивации к изучению высшей математики на «нематематических» специальностях необходимо проследивать важную роль профессионально ориентированных задач, так как студенты должны понимать: то, чем они занимаются в настоящий момент, близко к их будущей профессии. Также необходимо показать, что огромный спектр прикладных задач сводится к ограниченному числу различных математических моделей, решать которые студенты научились в процессе овладения фундаментальными математическими понятиями.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Кириченко О.Е.* Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом вузе как средство профессиональной подготовки: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Орел, 2003.
2. *Спиридонова Н.В.* Межпредметные связи в преподавании курса высшей математики в техническом вузе в период перестройки на бакалавриат // Труды X Междунар. науч.-практ. конф. научн. работников, докторантов, аспирантов, магистрантов, студентов вузов «Образование и современные проблемы постиндустриального общества». – В. Новгород: филиал СПбГЭУ, 2013.
3. *Круглов Е.В., Круглова С.С., Бурлакова Д.А.* Особенности преподавания математического анализа для студентов экономических направлений бакалавриата [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=16186>
4. *Булдык Г.М.* Сборник задач и упражнений по высшей математике с примерами решений. – Мн.: Юнипресс, 2002. – 400 с.
5. *Котельникова М.Н., Соколов Н.Н.* Об анализе содержания курса математического анализа для экономистов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2013. – №5(2). – С. 86–89.
6. *Ситун А.Е.* Определенный интеграл в экономических задачах: Учеб. пособие для студентов экономических специальностей. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2005.
7. *Ляликова Е.Р.* Приложения определенного интеграла к решению задач экономики // Молодой ученый. – 2015. – № 19. – С. 11–17.

Поступила в редакцию 5.05.17
В окончательном варианте 30.05.17

PROFESSIONALLY ORIENTED APPROACH TO THE STUDY OF THE SECTION "INTEGRAL CALCULUS" IN THE TRAINING OF SPECIALISTS OF THE ECONOMIC PROFILE

*N.V. Spiridonova*¹

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya Str., Samara, 443100
E-mail: nvshkolina@mail.ru

Mathematics is the foundation of technical education and in the practical work of any specialist is supposed to solve professional problems. Therefore, mathematical training in a technical university is to the form the mathematical competence of students in accordance with their qualification with the help of professionally-oriented examples. The article considers and establishes the practical use of the section of mathematical analysis "Integral calculus" in solving economic problems.

Key words: *educational process, specialist of the economic profile, mathematical training, integral calculus, definite integral, improper integral, economic problems.*

REFERENCES

1. *Kirichenko O.E.* Mezhpredmetnye svyazi kursa matematiki i smezhnyh disciplin v tekhnicheskome vuze svyazi kak sredstvo professional'noj podgotovki studentov [Interdisciplinary bonds of the course of mathematics and related disciplines in technical university of communication as a means of professional training of students]: Author's abstract. Diss. Ped. Sciences. – Eagle, 2003.
2. *Spiridonova N.V.* Mezhpredmetnye svyazi v prepodavanii kursa vysshej matematiki v tekhnicheskome vuze v period perestrojki na bakalavriat [Interdisciplinary bonds in teaching of the course of higher mathematics in technical university during the period educational reform] X International scientific and practical conference of scientists, doctoral students, graduate students, undergraduates, university students. "Education and modern problems of post-industrial society". V. Novgorod: branch of SPbGEU. 2013.
3. *Kruglov E.V., Kruglova S.S., Burlakova D.A.* Osobennosti prepodavaniya matematicheskogo analiza dlya studentov ehkonomicheskikh napravlenij bakalavriata [Peculiarities of teaching mathematical analysis for economic bachelors students] El. resource. – Access mode: // <https://science-education.ru/en/article/view?id=16186>
4. *Buldyk G.M.* Sbornik zadach i uprazhnenij po vysshej matematike s primerami

¹ *Nataliya V. Spiridonova*, Lecturer of Higher Mathematics and Applied Informatics Department.

reshenij [The collection of tasks and exercises on the higher mathematics with examples decisions] / G.M. Buldyk. – Mn.: YUnipress, 2002. – 400 p.

5. *Kotelnikova M.N., Sokolov N.N.* Ob analize sodержaniya kursa matematicheskogo analiza dlya ehkonomistov [On the analysis of the content of the course of mathematical analysis for economists] // Bulletin of the Nizhny Novgorod University. N.I. Lobachevsky. – 2013. – No. 5 (2). Pp. 86–89.
6. *Situn A.E.* Opredelennyj integral v ehkonomicheskikh zadachah [Definite integral in economic problems] Textbook for students of economic specialties, Blagoveshchensk: Amur State University. Un-t, 2005.
7. *Lyalikova E.R.* Prilozheniya opredelennogo integrala k resheniyu zadach ehkonomiki [Applications of the definite integral to the solution of problems of the economy] // Molodoj uchenyj. – 2015. – № 19. Pp. 11–17.

Original article submitted 21.02.17

Revision submitted 10.03.17