

А.А. Сидоров

НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИКИ

Сформулировано определение корректных и некорректных учебных задач. Приведены различные примеры некорректных задач в соответствии с видом некорректности. Рассмотрены возможности использования некорректных задач при изучении физики.

Обычно задачи, как в школьном, так и в вузовском курсе физики, формулируются четко и ясно, не допуская неопределенностей или двойного толкования. Задача, как правило, имеет единственный правильный ответ, хотя иногда правильное решение может быть получено несколькими способами. Каждая фраза и каждое слово в задаче имеют значение. Все условия должны восприниматься в их единстве. Поэтому понимание условий задачи можно считать первой необходимой ступенью в освоении синтеза, что важно для правильного решения задачи.

Если встречаются задачи, в которых условия сформулированы некорректно, то это обычно считается браком в работе. Такие задачи встречаются все чаще и чаще в современных изданиях. Но именно такого рода задачи могут быть использованы для развития творческих навыков, логического и нестандартного мышления.

Слово «некорректный» происходит от латинского *correctus*, что означает выправленный [1], и частички *не*. Вместе получается – невыправленный, или неправленный. Решением некорректных задач занимаются в различных областях науки. Это направление сегодня считается особенно перспективным. Впервые определение корректности постановки задачи было сделано в начале XX века известным французским математиком Адамаром.

В математике задача считается корректной (или корректно поставленной), если выполняются условия корректности: 1) задача имеет решение при любых допустимых исходных данных (существование решения); 2) каждым исходным данным соответствует только одно решение (однозначность задачи); 3) решение устойчиво. При этом задачи, не удовлетворяющие хотя бы одному условию корректности, называются некорректными (или некорректно поставленными) [2].

Теория некорректных задач получила особенно стремительное развитие после появления современной вычислительной техники. Это направление математики связано с самыми разнообразными прикладными проблемами – интерпретацией показаний многих физических приборов, геофизических, геологических, астрономических наблюдений, оптимизацией управления и планирования, синтезом автоматических систем и т.д. Поэтому неудивительно появление в известных университетах наряду с математическими спецкурсами типа «Некорректные задачи и методы их решения» таких дисциплин, как «Некорректные задачи геофизики» (МГУ) и других.

К некорректным относятся в том числе и задачи, имеющие принципиальное математическое решение, но неразрешимые вследствие слишком большого влияния случайных погрешностей измерений. В частности, к таким задачам при некоторых условиях относятся задачи, в принципе решаемые методом наименьших квадратов [3].

Некорректные учебные задачи. Совершенно очевидно, что в рамках школьного или даже университетского курса физики некорректные задачи имеют свои характерные особенности. Поэтому и определение учебных некорректных (некорректно поставленных) задач отличается от научных некорректных (некорректно поставленных) задач. Учебная задача может быть некорректной с точки зрения изучаемой программы физики или изучаемого раздела и методов и т.д.

Определим вначале корректную учебную задачу. Учебная задача является корректной, или корректно поставленной, если выполняются следующие условия (условия корректности учебной задачи): 1) однозначность условий; 2) однозначность решения (в рамках программы изучаемого курса и доступных методов решений); 3) реальность рассматриваемых процессов или явлений и целесообразность используемых моделей.

Рассмотрим подробнее перечисленные условия корректности.

Однозначность условий означает однозначное понимание учеником или студентом процесса или явления, условий протекания процесса или явления. Таким образом, с позиции данного условия некорректной учебной задачей является задача, условия которой создают неправильное понимание физического процесса, явления или рассматриваемой модели физического процесса или условий протекания процессов, явлений, или вводят в заблуждение относительно ис-

пользуемого метода решения данной задачи. Некорректными являются абсурдные задачи, утратившие связь с реальностью.

Однозначность решения требует не только необходимого количества данных, достаточного для решения задачи, но и точной формулировки вопроса. По этому признаку можно назвать некорректными задачи с избытком или недостатком данных, а также задачи с некорректной формулировкой вопроса (в том числе и вопросов, допускающих их неоднозначное толкование).

Третье условие характерно только для учебных задач, что сопряжено с их особенностями. Целесообразность модели, предложенной в задаче, определяется программой курса и целями, преследуемыми педагогом. Сюда же мы отнесем и задачи, некорректность которых обусловлена неправильным использованием терминов.

Не исключено, что и в учебных задачах когда-нибудь будет выделен третий класс задач, так же как это было сделано при изучении научных некорректных задач [4].

Обычные, корректно сформулированные, задачи нацелены на правильное применение законов, методов и т.д. Решение некорректно сформулированных задач требует более глубокого знания физики, понимания реальных процессов и условий их протекания, развивает внимательность, логическое мышление учеников или студентов и творческие их способности. Среди практических задач, встречающихся на производстве или в научных исследованиях, чаще встречаются именно некорректно поставленные задачи. Поэтому выработка навыков и необходимых качеств при анализе и решении некорректных задач имеет большое практическое значение в подготовке специалистов. С другой стороны, для решения некорректных задач необходима более глубокая подготовка учеников или студентов.

Примеры некорректных задач

Задачи с неоднозначными условиями. Задача 9.77 из задачника [5]. Найти емкость земного шара. Считать радиус земного шара $R=6400$ км. Насколько изменится потенциал ϕ земного шара, если ему сообщить заряд $q=1$ Кл?

Электрическое поведение Земли сильно отличается от обычной сферической емкости. Как известно, шар будет заряжаться по поверхности (другими словами, заряды будут располагаться только на поверхности шара), и, следовательно, его можно будет считать сферической емкостью, но только в том случае, если шар выполнен из однородного материала с высокой проводимостью (из металла, а еще лучше – из сверхпроводника). Даже морская вода не обладает такой проводимостью, как металл, так что говорить о земной коре? Задачу можно было бы исправить, сказав: «если бы земной шар обладал хорошей проводимостью, однородной по толщине». Таким образом, становится понятно, что в задаче рассматривается некая упрощенная физическая модель.

Некорректные задачи привлекают внимание ребят. В Интернете на так называемых форумах иногда возникают горячие споры по поводу решения именно некорректных задач. Ниже приводится пример одной из таких задач.

Задача. Самолет (реактивный или винтовой) стоит на взлетной полосе с подвижным покрытием (типа транспортера). Покрытие может двигаться против направления взлета самолета. Оно имеет систему управления, которая отслеживает и подстраивает скорость движения полотна таким образом, чтобы скорость вращения колес самолета была равна скорости движения полотна.

Вопрос: сможет ли самолет разбежаться по этому полотну и взлететь?

Приведем мнение одного из спорщиков. «Если в задаче допущена двусмысленность (неоднозначность), могущая воспрепятствовать построению однозначной причинно-следственной цепи, то такая задача просто должна быть признана некорректно сформулированной и в нормальной обстановке не может быть допущена к печати в учебнике. Это как раз и есть тот случай, который мы имеем в условиях задачи – многие это чувствуют (подвох, прикол). Но не все сразу смогли четко сформулировать, в чем же именно заключается этот подвод. А подвод в ней (я просто обобщу высказанные мнения) в том, что то, как описаны свойства системы шасси – взлетно-посадочная полоса, допускает неоднозначное толкование и, соответственно, получение любого равнообоснованного вывода. То есть, по большому счету, ответ на эту задачу должен быть таким: «Автор данной задачи не умеет внятно формулировать исходные условия, а редактор-методист, допустивший опубликование некорректно сформулированной задачи в школьном учебнике физики, заслуживает наложения на него взыскания за ненадлежащее исполнение возложенных на него должностных обязанностей» [6].

В обсуждении уточняются разные технические особенности устройства самолета и явления, наблюдаемые при взлете, проводятся самые неожиданные аналогии. И, в принципе, не так уж и важно, смогут они разобраться в некорректностях и решить эту задачу или нет. Ведь нерешенные заковыристые задачи могут дать для развития человека многократно больший импульс, чем сотни решенных простейших задач.

И все-таки, какой путь для решения данной задачи я мог бы посоветовать? Первое. Подъемная сила крыла самолета зависит от скорости движения воздуха относительно самолета. Поэтому можно представить ситуацию, когда самолет будет неподвижен относительно Земли, и лететь по воздуху. Второе. Выбрасывая реактивную струю газа или отбрасывая струю воздуха пропеллером назад, самолет получает силу тяги, которая может быть рассмотрена в системе координат, связанной с Землей. Противодействовать силе тяги будет сила трения, зависящая от реакции опоры, действующей на шасси. Рассмотрим критическую ситуацию отрыва самолета от Земли. Реакция опоры равна нулю, а значит и сила трения будет равна нулю. В горизонтальном направлении самолет будет двигаться с максимальным ускорением, не зависящем от скорости движения полотна. Движущееся полотно не будет даже влиять на вращение колес. Они будут вращаться по инерции. Таким образом, ускорение самолета относительно Земли будет возрастать до максимального значения. В реальности вероятнее нестационарное движение, то есть перед взлетом самолет сделает несколько прыжков.

Еще одно обсуждение, взятое из Интернета, рассматривает сборник «Примеры ошибок преподавателей подготовительного отделения МГТУ им. Баумана». Рассматриваются две близких по смыслу задачи.

Первая задача из контрольной работы по физике для заочного обучения. Задача.1. Человек скатывается на санях под уклон, составляющий с горизонтом угол $A=6^\circ$. Масса саней M_c в 2 раза больше массы человека $M_ч$. Коэффициент трения саней о накл. плоскость $\mu=0,2$. Как должен двигаться человек относительно саней, чтобы сани двигались под уклон равномерно?”

И аналогичная задача из пособия, выпускаемого подготовительным отделением [7]. Задача 2. Доска массой M_d может двигаться без трения по наклонной плоскости с углом наклона A к горизонту. В каком направлении и с каким ускорением должна бежать по доске собака массой M_c , чтобы доска не соскальзывала с наклонной плоскости?

Стандартное решение, согласно которому вследствие наличия у собаки ненулевого ускорения (относительно доски) возникает сила трения, действующая на доску со стороны собаки, которая и компенсирует скатывающую силу, не устраивает спорщиков. Они считают его как «неверное в корне». Далее обсуждается вопрос: будет ли создавать человек силу на сани при равномерном движении по саням или нет. (Кстати говоря, в первой задаче непонятно сформулировано, человек движется по саням или относительно саней?). И надо заметить их правоту по отношению к первой задаче о самолете. Действительно, сила будет создаваться и при равномерном движении из-за разности сил реакции опоры, а значит и сил трения при отрыве от земли и приземлении. И совершенно справедлив вывод, что «в рамках школьной программы данная задача неразрешима» [8].

Задачи с некорректными условиями можно разделить на задачи с избытком и недостатком данных.

Задачи с избытком данных, при условии, что данные не противоречат друг другу, можно не относить к некорректным. Как правило, такие задачи имеют несколько способов решения, и только решив их, можно убедиться, что условия совместны. Обычно они не вызывают больших затруднений. Проблема бывает только в том, что студенты ограничиваются только одним способом решения.

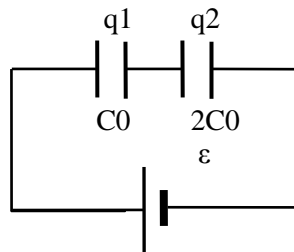
Значительно сложнее обстоит дело, если избыточные данные не ведут к единственному решению. Хотя это и трудно, но здесь можно попытаться разобраться, какие данные или условия ведут к несовместности уравнений.

Избыточность и несовместность экспериментальных данных всегда возникает, если есть случайная погрешность. Например, при исследовании какой-либо линейной зависимости мы получим совокупность точек, не лежащих на одной прямой линии. Имеются специальные математические методы, которые позволяют «провести» (вычислить) прямую линию таким образом, чтобы суммарное отклонение ее по всем точкам было минимальным, например, применив метод наименьших квадратов. Однако такого рода методы оптимизации выходят за рамки даже вузовского курса общей физики. Поэтому все учебные задачи, решаемые методом наименьших квадратов, без оговорок можно считать некорректными. Освоение метода наименьших квадратов приемлемо в рамках студенческой научной работы.

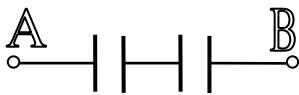
Задачи с недостатком данных. Скрытое условие, о котором нужно догадаться, но на которое обычно не обращается внимание.

Задача из тренировочных тестов СамГТУ. Отношение q_1/q_2 на обкладках конденсаторов, изображенных на схеме, равно:

- 2;
- 0,5;
- 4;
- 1;
- 0,25.



Простая и часто встречающаяся задача школьного уровня, содержащая распространенную недосказанность. Здесь нужно догадаться, что по умолчанию предполагается следующее: идеальные конденсаторы без утечки были подключены к источнику тока незаряженными. На последний факт и опирается решение. Так как конденсаторы подключены последовательно, ток зарядки через них протекал одинаковый. Следовательно, за равное время зарядки конденсаторы получили равные заряды $q_1=q_2$. В итоге отношение зарядов конденсаторов равно единице, поскольку конденсаторы не были заряжены. Правильный ответ: 4.



Подобные проблемы встречаются и в задачах вузовского курса физики. Задача 9.107 из задачника [9]. Разность потенциалов между точками А и В $U=6$ В. Емкость первого конденсатора $C_1=2$ мкФ, емкость второго конденсатора $C_2=4$ мкФ. Найти заряды q_1 и q_2 и разности потенциалов U_1 и U_2 на обкладках каждого конденсатора.

Если бы соединили заряженные конденсаторы, то для решения понадобились бы исходные параметры, которых нет в условиях. Остается предположить одно – что конденсаторы зарядили после подключения. Другую ситуацию можно обсудить с целью углубления понимания продвинутых студентов.

Задачи с недостатком данных легко получить из обычных, например, удаляя из них какое-либо качественное условие, необходимое для решения. Некоторые примеры использованных мною некорректных задач на практических занятиях со студентами 1–2 курса ФАИТа приводятся ниже. Я не пытался скрывать от них, что задачи с некоторой хитрецей. Задачи предлагал только лучшим студентам. И все же из-за отсутствия опыта многие испытывали затруднения при анализе проблем, содержащихся в условиях задачи. Эвристическими методами часто удавалось подвести к правильному пониманию.

Задача 1. Конденсаторы емкостями 5 мкФ и 10 мкФ, заряженные до напряжения 60 В и 100 В соответственно, соединили параллельно в одну батарею. Определить напряжение на конденсаторах после их соединения.

В этой задаче не сказано, как соединили конденсаторы – одноименно заряженными обкладками или разноименными.

Задача 2. В однородном магнитном поле 0,1 Тл равномерно вращается стержень длиной 0,5 м, делая 5 оборотов в секунду, так, что его плоскость вращения перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить э.д.с. индукции на концах стержня.

В данной задаче не указано, где проходит ось вращения – через один из концов стержня или через его середину, а может быть, в произвольном месте. В этом студенту предоставляется полная творческая свобода. Если он решает задачу по самому простому варианту, когда ось вращения проходит через один из концов стержня, то можно предложить решить вариант с произвольным расположением оси вращения. После определения э.д.с. на участках по разные стороны от оси вращения можно заострить внимание на полярности потенциалов. А затем поставить вопрос: при каком условии э.д.с. всего стержня будет иметь максимальное или минимальное значение? В целом по решению задачи можно судить о внимательности студента к условиям задачи и его способности логически мыслить.

Задача 3. Определить максимальную разность потенциалов, возникающую на концах вертикальной автомобильной антенны длиной 1,2 м при движении автомобиля со скоростью 20 м/с, если горизонтальная составляющая магнитного поля Земли – 20 мкТл, а вертикальная – 80 мкТл.

В задаче не сказано, в каком направлении едет автомобиль. Простые логичные рассуждения в поисках максимального значения э.д.с. индукции должны привести к мысли, что автомо-

биль должен ехать в направлении, перпендикулярном линиям магнитной индукции, с востока на запад или наоборот (если не учитывать склонения магнитного поля Земли). Со способным студентом здесь можно обсудить склонение магнитного поля Земли и особенности расположения магнитных полюсов относительно географических. В задаче намеренно дана избыточность данных. Но это самый простой вопрос – почему вертикальная компонента магнитной индукции Земли не создает э.д.с. индукции на вертикальной антенне автомобиля при любом направлении движения.

Приведенные выше или подобные задачи могут использоваться для испытания внимательности студента. Можно задать вопрос не заметившему пропущенное условие, чтобы убедиться, понимает ли он (она) условия рассматриваемого в задаче процесса или явления. Достойная публичная оценка внимательности вызывает желание попробовать свои силы и других студентов.

Некорректно сформулированный вопрос. Рассмотрим в качестве примера вопрос: как изменится искомая величина? В узком (самом распространенном) смысле подразумевается ответ, характеризующий качественное изменение величины: увеличится, уменьшится, сохранится неизменной. Такие задачи особенно полезны для наработки навыков качественного анализа функциональных зависимостей. Среди них попадаются задачи, где на такого рода вопрос требуется или количественный ответ, или вообще ответ, который трудно даже предположить. Иногда бывает сложно сразу сообразить, что спрашивается: на сколько изменилась искомая величина или во сколько раз? Разобраться в этой проблеме можно, только заглянув в ответ. Выяснение проблем в таких задачах, определение существа некорректностей, поможет будущим специалистам правильно формулировать задания своим подчиненным, да и свои собственные.

Задача 11.129 из задачника [9]. Как изменится частота шунтового двигателя при увеличении силы тока в обмотках статора, если напряжение на якоре равно U и приложенный к оси якоря механический момент M остаются постоянными? Ответ в задачнике следующий: $n=U/kB$, где k – коэффициент пропорциональности, $\epsilon_i=knB$.

Как видим, в ответе приводится даже не изменение частоты, а выражение для определения частоты двигателя.

Задачи, оторванные от реальности. Встречаются задачи, совершенно абсурдные с практической точки зрения. Они создают ложное впечатление, что физика – это такая абстрактная наука, которая не имеет к реальной жизни никакого отношения. В задачах запросто измеряются сопротивления величиной в несколько Ом или создается однородное магнитное поле в несколько тесл и т.д. В реальности это сложные научно-технические проблемы.

Задача 9.69 из задачника [9]. Два электрона удерживаются в равновесии за счет нити длиной l . Система находится на горизонтальной поверхности. Нить пережигают. Какую максимальную скорость приобретут электроны, если коэффициент трения k , а масса m_e .

Комментарии о практической значимости такой задачи, думается, излишни. Главное для таких задач, чтобы студент получил правильный ответ.

Терминологическая некорректность встречается в задачах весьма часто. При обсуждении проблем в таких задачах можно набирать опыт правильного применения терминов.

Задача 5.126. из задачника [10]. При какой скорости красный свет (690 нм) будет казаться зеленым (530 нм) [77,4 Мм/с].

Замечание первое. Экспериментально доказано, что эффект Доплера – это не кажущееся (субъективно воспринимаемое) проявление, а физическое явление, регистрируемое приборами. Второе. В физике «красный свет», «зеленый свет» и т.п. – это чаще всего жаргон. Поэтому лучше выразиться более строго. Задачу можно сформулировать следующим образом. Излучаемая красная линия ($\lambda=690$ нм) на движущемся приемнике воспринимается как зеленая ($\lambda=530$ нм). Определить скорость и направление движения приемника относительно источника.

Решение задач с ошибками в самом решении или в условиях задачи (желательно, самых распространенных) и разбор этих ошибок на занятии могут стать прекрасным методическим приемом. С его помощью можно добиться лучшего запоминания и освоения методов решения задач и т.д. Этим приемом, конечно, не следует злоупотреблять. Надеюсь, что эта работа окажется полезной для учителей средней школы и преподавателей вузов, заинтересовавшихся использованием некорректных задач в курсе физики, и для всех, кто составляет задачи или тесты по физике.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Словарь иностранных слов. 3-е издание. М.: Русский язык, 1986. С. 256.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974, 223 с.
3. Луизова Л.А. Основы математической статистики. <http://dims.karelia.ru/stat/theory/unit-17.html>
4. Петров Ю.П. Третий класс задач математики, физики и техники – промежуточных между корректными и некорректными. <http://petrov1930.narod.ru/Russian/Index.html>
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. Изд. 12-е испр. М.: Наука, 1990.
6. <http://skuki.net/index.php?showtopic=888&st=105>
7. Колесников В.А. Физика: Теория и методы решения конкурсных задач. Ч. 1. Пособие для поступающих в вузы. М.: Учебный центр “Ориентир” – “Светоч ЛТ”, 2000. С. 53-54.
8. <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/4043.html>
9. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. Изд. доп. и перераб. СПб: Спецлит, 2001.
10. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. М.: Высшая школа, 1991.