УДК 51(075.8)

А.В. Дорофеев

ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Анализируется конструирование тестовых заданий теоретического, практического и графического видов в курсе высшей математики. Тестовые задания способствуют овладению понятиями и методами науки, позволяя студентам «примерять» знания к изучаемым процессам. Таким образом, педагогическое тестирование выступает и как средство повышения качества образования, и как инструмент контроля результатов обучения.

Становление профессионализма начинается с того, что студент учится добывать и применять научные знания, включающие методы исследования, – для изучения целей, объекта, содержания будущей профессиональной деятельности. Знание – это информация, имеющая практическую ценность и служащая для получения конкретных результатов. Усвоение знаний представляет сложный, многогранный процесс, существенными критериями которого являются объем, системность, осмысленность, прочность и действенность [1, с. 80]. Кратко раскроем их особенности:

Объем знаний – это сумма фактов, понятий, правил и законов, которые усваиваются по конкретному разделу, модулю, теме или отдельному заданию.

Системность знаний есть понимание логики изучаемой дисциплины, ее идей, закономерностей, а также умения располагать изучаемый материал в определенной последовательности и правильно соотносить одни понятия, правила и факты с другими.

Осмысленность знаний подразумевает: а) правильность и убедительность суждений; б) умение отвечать на видоизмененные вопросы; в) применение теоретических знаний для объяснения и решения практических задач.

Прочность знаний – твердое удержание в памяти изученного материала и уверенное использование приобретенных знаний в различных ситуациях.

Действенность знаний означает умение пользоваться приобретенными знаниями в разнообразных познавательных и практических деятельностях, сочетая теорию с практикой.

Для успешного овладения знаниями необходимо развивать научное мышление студентов, так как в обучении математике основополагающим является принцип научности. Диалектические качества, присущие научному мышлению, проявляются в умениях сопоставлять разные стороны действительности и предполагать границы применимости понятий. Трудность в усвоении математических понятий заключается в том, что в процессе развития науки не происходит простой замены одних понятий другими, а совершается их видоизменение (характерным подтверждением тому является генезис формирования понятия «функция»). Понятие, будучи важнейшим элементом системы научных знаний, равно как и законы (теории, факты, знания о способах деятельности), раскрывает не только сущность предметов через определяющие свойства, но и их внутреннюю противоречивость. Формируется научное понятие по спирали: от известного – к неизвестному, от простого – к сложному, от общего рассуждения – к детальному анализу. С психологической точки зрения такой процесс можно рассматривать на трех уровнях: словесно-речевом (через знак), визуально-пространственном (через образ), чувственно-сенсорном (через действие) [2].

Что же касается процесса овладения понятием (или осознания значения соответствующего термина), то он совершается в постоянном взаимодействии, в кольцевой взаимозависимости двух переходящих друг в друга операций: 1) употребление понятия, оперирование им (применение в отдельном частном случае; введение в конкретный и наглядно представленный контекст) и 2) определение, раскрытие обобщенного значения через осознание отношений, характеризующих понятие в обобщенном понятийном контексте (С.Л. Рубинштейн). Новые возможности в усвоении знаний и контроле процесса оперирования понятийным аппаратом открывают предметно-ориентированные тесты, обладающие свойствами обоснованности, объективности и сопоставимости оценки.

Мировой опыт констатирует постоянно возрастающую роль тестовых форм контроля. Эффективность учебного процесса характеризуется, главным образом, приращением результатов за контрольный промежуток времени. С точки зрения контроля и оценки, эффективность обучения – понятие оценочное, подразумевающее конкретные результаты взаимодействия преподавателя и студентов. Учебный процесс имеет временной фактор, поэтому большинство авторов, классифицируя виды контроля, выделяют:

1) предварительный (он же входной, установочный) – осуществляется преподавателем до того, как начинается изучение новой дисциплины (раздела, главы или темы);

2) текущий – характеризуется сознательно поставленной целью следить за ходом обучения в течение всего учебного процесса; делится на собственно текущий (повседневный) и рубежный (или тематический), выявляющий степень усвоения раздела или темы;

3) итоговый – проводится в конце изучения всего учебного курса и учитывает результаты текущего контроля.

По существу, тест, направленный на контроль и оценку усвоения знаний в конкретных областях науки, может служить средством диагноза и прогноза учебных достижений за определенные периоды обучения. Видный психолог С.Л. Рубинштейн, делая акцент на тест как испытание, выделяет три его характеристики: градуирование; определение рангового места личности в группе или коллективе; установление уровня личности [5, с. 14]. Тестологом М.Б. Челышковой отмечается, что «тесты представляют собой особую совокупность заданий, которые позволяют дать объективную, сопоставимую и даже количественную оценку качества подготовки обучаемого в заданной образовательной области» [6, с. 5]. Среди ученых-педагогов в целом преобладает точка зрения, согласно которой тестами можно добиваться большей интеграции оценки и обучения.

В педагогической литературе встречаются такие термины, как «педагогический тест», «дидактический тест», «тест достижений», «диагностический тест», «учебный тест», «контрольный тест» и др. Первое место в этом ряду – по широте применимости и своим возможностям – отводится педагогическому тесту. В.С. Аванесов определяет «педагогический тест» (далее: ПТ): как «систему заданий определенного содержания, расположенных в порядке возрастающей трудности, создаваемой с целью объективной оценки структуры и измерения уровня подготовленности обучающихся» [1, с. 82]. Правда, любой тест – независимо от названия – обеспечивает выборочную проверку того, что знает студент на момент тестирования, и измеряет уровень развития, достигнутый его способностями. Наш общий вывод состоит в том, что ПТ в высшей школе позволяет получать более объективные оценки уровня знаний, умений и навыков студентов, одновременно проверяя соответствие требований к существующим нормам ГОС ВПО.

Для контроля знаний в системе «преподаватель–обучающийся» необходимо обеспечивать максимальную надежность результатов и минимальную психологическую нагрузку на испытуемых. Психолог Д.Б. Эльконин предъявляет к тестам обязательное требование: чтобы они моделировали учебную деятельность в целом или служили экспериментальными и абстрактными моделями отдельных этапов той деятельности, которая осуществляется на занятии. Поэтому на вопрос, можно ли формально определить такой сложный объект измерения, как контроль результатов обучения в определенной области знаний, вполне допустимо ответить утвердительно. Под педагогическим тестом нами понимается система заданий, которая: 1) моделирует учебную деятельность студентов; 2) упорядочена в рамках определенной стратегии предъявления требований; 3) обеспечивает информативность оценок уровня и качества подготовки испытуемых и 4) направлена на развитие их профессиональных качеств.

Принцип нарастания трудности, применяемый в тестах, позволяет определять уровень знаний по контролируемой дисциплине, а обязательное ограничение времени тестирования помогает в выявлении наличия умений и навыков. Задачи педагогического контроля можно условно разделить на два класса. В один класс входят задачи, нацеленные на сравнение учебных достижений обучающихся. Они решаются нормативно-ориентированным тестированием. Другой класс представляют задачи, связанные с измерением уровня достижений студента в изучении материала относительно того объема знаний, умений и навыков, который планируется к усвоению. Задачи эти соответствуют критериально-ориентированному подходу. Отличаясь целями своего создания, методикой отбора содержания и критериями качества подбора заданий, нормативно– и критериально-ориентированные тесты должны различаться и интерпретацией результатов. Практика показывает, что четкого разграничения между ними нет. Действительно, тест на сравнение учебных достижений может служить «индикатором» в оценке степени овладения знаниями, необходимыми для будущей профессиональной деятельности студентов.

Тесты – независимо от того, к какому классу принадлежат – предназначены для анализа сильных и слабых сторон обучающегося в усвоении материала и выявления причин затруднений. Для этого, прежде всего, необходимо четко определить, когда можно оценивать студента как достигшего минимально-необходимого уровня подготовленности. Таким критерием может служить задаваемый преподавателем тематический спектр вопросов и задач. Ответы на вопросы, рассуждения по задачам служат показателями качества усвоения знаний, а также овладения логическими приемами (анализа и синтеза; классификации; расчленения целого на части; установления последовательности; определения взаимосвязей; сравнения, обобщения, абстрагирования и конкретизации) и умениями строить основные виды умозаключений (дедукция, индукция, аналогия). Обладая активным мыслительным багажом, студенты независимо от учебного опыта могут применять разные методы для выполнения одного и того же задания. Их деятельность в любом случае будет направлена на выяснение категорий порядка, структуры, соотношения, характеризующих математические объекты.

Навыки упорядочения приобретаются на различных уровнях изучения математики. Их развитию способствуют уточняющие вопросы, основное требование к которым – репрезентативность по отношению к учебным программам. Постановка вопросов перед студентами возможна как на практических занятиях по высшей математике, так и в подготовительные периоды к коллоквиумам и зачетам.

Примеры вопросов и задач.

1. Какие этапы можно обозначить при решении проблемы? (В частности: «На какие этапы можно разбить задачу: определить, является ли функция непрерывной в точке?»; «Какие этапы необходимы при вычислении производной функции по определению?»).

2. Как наглядно можно изобразить рассматриваемый объект? (В частности: «Числовая последовательность имеет предел: а) конечный; б) бесконечный. Изобразите наглядно каждую ситуацию и подберите конкретные примеры»).

3. Каковы внутренние (и внешние) факторы объекта? (В частности: «Даны функции f(x)=x+1, g(x)= $\frac{x^2-1}{x-1}$, h(x)= $\begin{cases} x+1, \text{если } x \neq 1, \\ 2, \quad \text{если } x = 1. \end{cases}$ Каков предел этих функций в точке x=1? Почему значение предела всех функций в точке x=1 одинаково?»).

4. Можно ли изучаемый объект расширить (или уменьшить)? (В частности: «Известна теорема: «Всякая непрерывная на отрезке функция является интегрируемой по Риману». Можно ли расширить класс интегрируемых на отрезке функций?»).

5. Допустимо ли перестроить объект? Будет ли верным обратное утверждение? (В частности: «Сформулируйте обратное утверждение для теоремы: «если числовой ряд сходится, то предел его общего члена равен нулю». Будет ли оно верным? Если «да», то как это доказать?»).

Навыки структурирования можно значительно улучшить через решение следующих целевых задач.

1. Переделайте объект (если это возможно).
2. Разделите объект на части (если это возможно).
3. Выведите логические характеристики объекта.

На поверхностный взгляд, задачи на структурирование схожи с задачами на упорядочение. Но задачи на структурирование требуют более детального, логического подхода. Примером тому может служить постановочная задача из раздела «Предел и непрерывность функции одной переменной»: «Разбейте тему: «Свойства функций непрерывных на отрезке» на структурные части и изобразите ее содержание в виде блок-схемы с указанием логических характеристик всех частей». Подобного рода задачи развивают у студентов целостное восприятие материала и способствуют усвоению причинно-следственных связей между его структурными блоками, а потому – меньшей формализации при изучении абстрактных объектов.

Навыки определения отношений формируются через поиски ответов на следующие вопросы.

1. Можно ли превратить утверждение в обратное ему?
2. Может ли утверждение реализовываться? Каковы комбинации этого?
3. Может ли утверждение меняться? Каковы характеристики его сходства или различия?

С увеличением числа характеристик имеется больше аргументов для рассуждений, так как хотя бы две характеристики объекта допустимо соотносить между собой. Так, в процессе изучения теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной, можно поставить задачу: «Установите отношения между такими понятиями, как: а) «функция имеет конечный предел в точке», «функция непрерывна в точке», «функция дифференцируема в точке»; б) «непрерывная на отрезке функция», «дифференцируемая на отрезке функция», «интегрируемая на отрезке функция».

В работе с вопросами и задачами цель преподавателя – не поймать студента на незнании, а помочь ему в адекватной самооценке уровня знаний для ликвидации пробелов. Соответственно, далее – на основе намеченного плана теста по результатам анализа работы обучающихся с вопросами и задачами – преподавателем разрабатываются тестовые задания. Отображение учебного материала в содержании теста производится через задания, подразделяющиеся на категории по типам знаний. Первый тип знаний – запоминание и воспроизведение; второй – понимание (решение по образцу, реализация стандартного алгоритма); третий – творческий уровень (применение и перенос знаний в знакомую и незнакомую ситуации); четвертый – анализ.

При конструировании ПТ важно отбирать в его содержание то основное, что должны знать студенты в результате обучения. Ограничиваться простым перечислением целей обучения нельзя потому, что их структурирование необходимо для выявления приоритетов при составлении ПТ. Цели должны формулироваться так, чтобы с помощью четко обозначенных понятий и критериев можно было определить, достигнуты они или нет, и если только частично, – что решено, а что осталось сделать? Наиболее известной в этом смысле является таксономия целей (т.е. классификация знаний) Б.С. Блума [6, с. 87].

Разработка категорий познавательной деятельности, а также требований к уровню ее развития и проявлению различных уровней сформированности интеллектуальных умений осуществляется с 90-х годов прошлого века в различных странах. Модель структуры познавательной деятельности, выполненная в рамках СОЛО–таксономии (SOLO – Structure of the Observed Learning Outcomes), успешно применяется в международных исследованиях качества образования и оценки достижений тех, кто обучается математике и естествознанию. Подобная разработка категорий познавательной деятельности должна включать конкретные цели и результаты обучения. В качестве примера опишем постановку целей обучения по разделу «Предел, непрерывность функции одной переменной».

Общие цели в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования направлены:

- на совершенствование навыков математического мышления;
- на формирование умений использования математических методов и основ математического моделирования;
- на развитие математической культуры.

Общая ориентация целей определяется профилем подготовки конкретного специалиста, и поэтому профессионально-педагогическая направленность курса математического анализа предполагает, что студент должен:

- иметь представление о структуре математических утверждений и способах доказательства;
- знать и уметь использовать математические методы в будущей профессиональной деятельности;
- владеть методами решения типовых задач курса математического анализа.

Частные цели заключаются:

- в усвоении понятий: действительное число; числовая последовательность; функция действительного переменного; предел последовательности и функции; бесконечно малая и бесконечно большая функции; непрерывная в точке и на промежутке функция; основные глобальные свойства функции (монотонность, периодичность, четность, нечетность, ограниченность); свойства функций, непрерывных на отрезке;
- в умениях: исследовать элементарные функции; вычислять пределы функций, последовательностей и применять замечательные пределы к решению задач;
- в овладении методами исследования, построения графиков основных элементарных функций, их комбинаций и раскрытия неопределенностей различных видов [4].

Любая из обозначенных целей ориентируется на потребность студентов в знаниях и интерес к ним. Особо остановимся на конкретизации знаний согласно типологии уровней усвоения знаний (И.Я. Лернер, В.П. Беспалько и др.), позволяющей группировать результаты обучения в зависимости от уровней учебной деятельности.

Первый тип знаний – запоминание и воспроизведение. Студент должен знать смысл терминов, а также основные понятия и определения, формулы и принципы (объединение, пересечение, разность, декартово произведение двух множеств; действительное число, свойства множества действительных чисел; ограниченное (неограниченное) множество; точные грани (sup X, inf X) множества; последовательность стягивающихся отрезков; числовая последовательность и ее предел; свойства сходящихся последовательностей; подпоследовательность; фундаментальная последовательность; числовая функция; основные глобальные свойства функции; основные элементарные функции; предел функции; свойства функции, имеющей конечный предел; бесконечно большая (малая) функция; непрерывная в точке и на множестве функция; свойства функции, непрерывной на отрезке; обратная функция; равномерная непрерывность функции; замечательные пределы; степенно-показательная функция; асимптоты кривых).

Второй тип знаний – понимание. Студент должен: 1) понимать, интерпретировать термины, понятия, определения и уметь подбирать соответствующие примеры; 2) преобразовывать словесный материал в математические выражения; 3) интерпретировать словесный материал на схемах и графиках.

Третий тип знаний – творческий уровень, подразумевающий применение и перенос знаний:

а) в знакомую ситуацию (студент должен уметь по образцу применять термины, понятия и определения, а также формулы и правила, например: решение уравнений и неравенств с модулем, исследование элементарных функций, вычисление пределов функций и последовательностей, использование замечательных пределов при раскрытии неопределенностей);

б) в незнакомую ситуацию (должен уметь использовать законы и принципы и осуществлять перенос известных методов).

Четвертый тип – анализ. Студент должен уметь: 1) видеть ошибки в логике рассуждений; 2) корректировать неполные или избыточные постановки задач; 3) выделять скрытые предположения; 4) проводить различия между фактами и следствиями.

Развернутая постановка целей тестирования, связанных между собой структурой знаний, позволяет без особого затруднения проводить процедуру выбора форм тестовых заданий. В настоящее время в дидактике выделяют четыре основные формы тестовых заданий.

1. Задания закрытой формы, требующие от студента при выполнении выбора правильного ответа из нескольких правдоподобных, предложенных на выбор.

Пример (из тестовых заданий по разделу «Числовые ряды»):

Даны утверждения: а) если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится, то $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$; б) если последовательность {Sn} частичных сумм ряда положительных чисел такова, что она ограничена сверху, то этот ряд сходится; в) для любых рядов $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ справедливо равенство $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$; г) если ряд положительных чисел $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится, то знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ также расходится.

Верными среди них являются: 1) а, б, в; 2) а, б, г; 3) б; 4) а, б.

2. Задания открытой формы, когда испытуемые дают ответы самостоятельно.

Примером может служить следующее задание (из раздела «Предел, непрерывность функции одной переменной»).

Дайте определение понятию «возрастающая на множестве X функция f(x)».

3. Задания на установление соответствия, в которых с элементами одного множества требуется сопоставить элементы другого множества, причем число элементов во втором множестве должно на 20–30% превышать число элементов первого множества.

Например, в задании из раздела «Неопределенный интеграл» требуется установить соответствие между функциями и первообразными:

Функция	Первообразная
1) $f(x) = sin\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt{x}$	а) $F(x) = -\frac{1}{2}cos\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$
2) $f(x) = cos^2 x$	б) $F(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}sin 2x$
3) $f(x) = \sqrt[3]{x} - sin 2x$	в) $F(x) = \frac{1}{2}cos 2x + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}$
	г) $F(x) = -2\,cos\frac{x}{2} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 1$

	д) $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}$

1) – ____; 2) – _____; 3) – _____.

4. Задания на установление правильной последовательности. При их выполнении студент указывает порядок действий, перечисленный в задании.

Пример (из раздела «Введение в анализ»):

Даны числа: 1) $log_2 \sqrt[3]{4}$ + 0,5; 2) (0,25 – 1/6):1,25; 3) $\sqrt{\frac{37}{24}}$.

Расположите их в порядке возрастания. Ответ запишите в виде трехзначного числа, цифрами которого являются порядковые номера указанных чисел (например, если вы считаете, что первое число меньше второго, а второе – меньше третьего, то следует указать – 123).

Следует заметить, что интерпретация результатов подтверждает возможности тестовых заданий в дифференциации индивидуальных различий студентов. Подбирая задания разных уровней сложности, можно добиваться последовательного углубления контроля, и поэтому тесты, используемые в качестве измерителя учебных достижений для различных педагогических целей (предварительный контроль, контроль усвоения текущего материала, рубежный контроль и итоговая аттестация) могут иметь разные показатели качества. Наиболее целесообразны тесты, требующие умения обучающегося использовать все факторы и возможности, которые характеризуют условия задания.

Нами различаются три основных вида заданий: а) теоретические – направляют деятельность студента на анализ правдоподобных утверждений; б) практические – ориентируют, главным образом, на вычислительные операции; в) графические – предполагают работу студента с графиками, схемами, диаграммами, таблицами и т.п.

Развертывая познавательную деятельность студентов, мы стараемся включать в учебный процесс тестовые задания теоретического характера, требующие одновременного применения навыков упорядочения, структурирования и определения отношений.

Рассмотрим некоторые примеры тестовых заданий из курса математического анализа.

Среди утверждений выбрать необходимое условие сходимости последовательности:

если последовательность (xn) монотонная и ограниченная, то она сходится;

если последовательность сходится, то она ограничена;

из всякой последовательности можно выделить сходящуюся подпоследовательность;

если $\lim_{n\to\infty} x_n = a$ $\in \overline{R}$, то для любой подпоследовательности (x_{n_k}) последовательности (xn) $\lim_{k\to\infty} x_{n_k} = a$.

Пусть существует конечный предел $\lim_{x\to a} f(x) = A$, тогда:

f(a)=A;

f(x)≥A, ∀x∈D(f);

f(x) может быть не задана в точке x=a;

f(x) монотонна.

Если функция f(x) монотонна на отрезке I, то:

f(x) непрерывна на I;

множество значений функции f(x) есть некоторый конечный промежуток;

функция может на I иметь конечное число точек разрыва первого рода;

верными являются ответы А и В.

Пусть функция f(x) непрерывна на промежутке [a,b], f(a)=3, f(b)=– 1, тогда:

существует значение c (a < c < b), f(c) = 0;

множество значений E(f)=[–1;3];

функция убывает на [a,b];

верными являются ответы В и С.

Пусть функция f(x) непрерывна на сегменте [a,b], тогда:

f(x) ограничена на [a,b];

f(x) постоянна на [a,b];

f(x) равномерно непрерывна на [a,b];

верными являются ответы А и С.

Какое из утверждений правильное?

Если функция непрерывна, то она дифференцируема.

Если существует $f'(x_0)\in\overline{R}$, то можно построить касательную к графику функции f в этой точке.

Если $f'(x_0)$=+∞, то в точке x0 касательной к графику функции нет.

Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$ и $f(a)=f(b)=0$, то существует такая точка $\xi\in(a,b)$, что $f'(\xi)=0$.

Для сходимости ряда с положительными членами $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ (an>0 ∀n∈N):

достаточно, чтобы $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$;

необходимо, чтобы $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=d<1$;

необходимо и достаточно, чтобы последовательность частичных сумм {Sn} была ограничена сверху;

необходимо существование сходящегося ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$, чтобы ∀n∈N 0<an<bn.

Какое из приведенных утверждений для ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty}3^{8-2k}$ правильное?

Последовательность {Sn} частичных сумм является убывающей.

Частичные суммы Sn данного ряда образуют возрастающую последовательность.

Последовательность {Sn} частичных сумм является неограниченной сверху.

Среди членов последовательности {Sn} есть наибольший элемент.

В работе с аналогичными тестовыми заданиями оценивание знаний выводится на более качественный уровень потому, что студент в ходе самостоятельного поиска верного утверждения выполняет продуктивные действия, преобразуя ранее известные способы и приемы деятельности. Помогают ему вырабатывать представление о том, как можно применять знания теории на практике, такие задействованные мыслительные операции, как ориентирование, планирование, исполнение и контроль.

Любой мыслительный прием всегда применяется к какому-либо предметному материалу и содержит как логическую, так и специфическую (предметную) части. Специфическая часть может быть представлена в различных знаковых системах – вербально, числами, формулами или графически. Объекты математики лишены всякой вещественности, могут интерпретироваться самым произвольным образом – и это, скорее, и есть главная причина того, что стиль, свойственный ей, отличается предельной абстрактностью. Сочетание тестовых заданий с вопросами по понятийному аппарату делает контроль более объективным. Приведем пример экзаменационного билета по разделу «Предел, непрерывность функции одной переменной».

Докажите признак сходимости монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса).

Дайте определение бесконечно большой функции (ББФ). Верно ли утверждение: «Всякая неограниченная функция является ББФ»? Ответ обоснуйте.

Дайте определение A∩B и постройте это множество, если A={(x,y)| x2−2x<y}, B={(x,y)| y<2+│x–1│}.

Как Вы понимаете утверждение: «Множество Q замкнуто относительно арифметических операций»?

Дайте определение понятиям и приведите соответствующие примеры:

а) числовая последовательность ограничена снизу;

б) точная верхняя грань множества;

в) возрастающая на области определения функция;

г) бесконечно малая функция при x→1.

Если существует $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=a\in R$, то:

А) (xn) ограничена;   В) в случае, когда a>0, все члены последовательности положительны;

C) (xn) монотонна; D) все ответы верные.

Как доказать непрерывность функции на множестве? Докажите непрерывность f(x)=cos x на области определения.

Сформулируйте с помощью неравенств утверждение: $\lim_{x\to\infty} f(x)$ = 2. Приведите пример функции на это свойство. В чем состоит геометрический смысл предела функции?

Значение предела $\lim_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{x-a}$ равно

A) 1; B) cos a; C) sin a; D) другому числу?

Область определения функции $f(x)=\frac{\arcsin 0{,}5x}{\sqrt{x^2-1}}$ образует множество:

A) [–2;2]; B) [–2;–1)∪(1;2]; C) [$-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}$]; D) [2;3]?

Постройте график функции y=$\frac{1}{2^x-1}$.

Задания экзамена выполняются студентами письменно в течение 120 минут. Билеты структурируются так, что каждый из них охватывает материал практически всего курса. Первый вопрос билета предусматривает развернутое изложение теории. Ответами на 2–8 вопросы определяется уровень овладения студентов понятийным аппаратом, а также выявляется умение подтверждать понятия конкретными примерами. Каждое из 14 заданий билета (учитывая, что пятый пункт содержит четыре задания) оценивается по трехбалльной шкале: 0 – не выполнено; 1 – выполнено частично; 2 – выполнено полностью. Это означает, что максимальный тестовый балл равен 28. Набранные баллы переводятся в оценку по следующим показателям: оценка «удовлетворительно» – в диапазоне от 14 до 18 баллов; «хорошо» – от 19 до 24; «отлично» – свыше 25 баллов.

Согласованность заданий является существенной характеристикой теста, поэтому при его разработке необходимо учитывать стратегию расположения заданий не только по тематическим разделам, но и по видам учебной деятельности испытуемых. Предполагаемая М.Б. Челышковой гипотетическая спецификация теста является, на наш взгляд, и четкой, и содержательной. Она включает перечень знаний и умений, планируемых к проверке: A – знание понятий, определений, терминов; B – знание законов и формул; C – умение применять законы и формулы для решения задач; D – умение интерпретировать результаты на графиках и схемах; E – умение проводить оценочные суждения [6, с. 97]. Количественному и качественному учету окончательных пропорций заданий в содержании теста способствует указание предполагаемой деятельности тестируемого на репродуктивном (РУ) или продуктивном (ПУ) уровнях. Краткая спецификация заданий ПТ, разработанная нами к коллоквиуму по разделу «Функции многих переменных (ФМП)», в соответствии с темами учебной программы, может быть следующей:

1-я тема: «Область определения и множество значений функции двух переменных» (предполагается в задании 1; планируемые к проверке знания и умения – B, C, D; деятельность тестируемого предполагается на РУ).

2-я тема: «Дифференцируемость ФМП. Частные производные и дифференциал ФМП, их геометрический смысл» (в заданиях 2, 3 – B, C на РУ; в задании 4 – A, E на ПУ).

3-я тема: «Частные производные и дифференциалы высших порядков» (в задании 4 – A, E на ПУ; в задании 5 – C на РУ).

4-я тема: «Дифференцирование сложной функции. Инвариантное свойство первого дифференциала» (в задании 4 – A, E на ПУ; в задании 5 – C на РУ).

5-я тема: «Производная по направлению. Градиент функции» (в задании 4 – A, E на ПУ; в задании 6 – B на РУ).

6-я тема: «Формула Тейлора ФМП» (в задании 8 – C на ПУ).

7-я тема: «Экстремум ФМП. Необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума» (в задании 4 – A, E на ПУ; в задании 7 – C на РУ).

8-я тема: «Наименьшее и наибольшее и значения ФМП на ограниченном множестве» (в задании 7 – C на РУ).

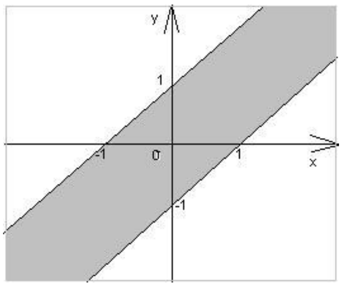
9-я тема: «Неявные функции. Теорема существования неявной функции» (в задании 8 – C на ПУ).

Заметим, что разные варианты ПТ предусматривают замену тематической принадлежности конкретного задания: например, в задании 8 могут задействоваться как 6-я, так и 9-я тема, а задание теоретического вида под номером 4 охватывает 2-ю, 3-ю, 4-ю, 5-ю темы. Это связано с объективными причинами: невозможностью охватить все темы раздела в каждом варианте ПТ и ограничением времени, отводимого для тестирования в пределах одного академического занятия (т.е. не более 80 минут).

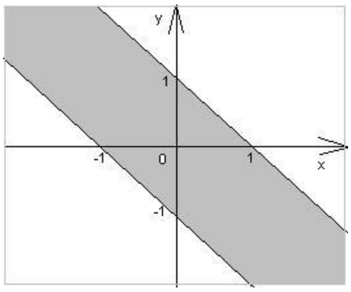
Теперь на примере одного из вариантов теста реализуем приведенную спецификацию заданий.

1. Областью определения функции z=arcsin(x+2y) является множество:

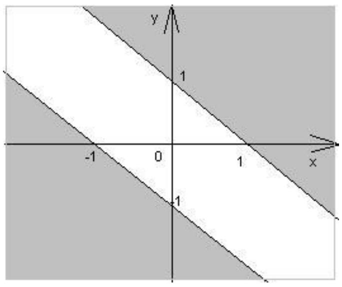
A)



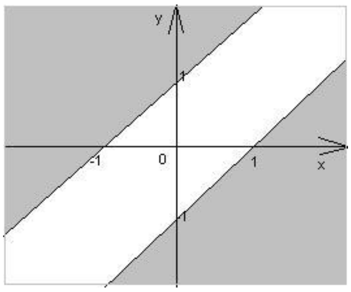
B)



C)



D)



2. Для функции $\rho = U^4 \cos^2 \varphi$ значения $X = \frac{\partial \rho}{\partial U}(1; \frac{\pi}{6})$, $У = \frac{\partial \rho}{\partial \varphi}(1; \frac{\pi}{6})$ равны:

A) X=1, У=1/2; B) X=3, У= $\frac{\sqrt{3}}{2}$; C) X=3, У= $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; D) другие значения.

3. Если $z = arctg \frac{x+y}{x-y}$, то значение $dz(1;-1)$ равно:

A) $\frac{dy+dx}{2}$; B) $\frac{dx-dy}{2}$; C) $\frac{dx}{2}$; D) $\frac{dy}{2}$.

4. Даны утверждения:

1) если функция имеет частные производные в точке, то она дифференцируема в ней;

2) если функция дифференцируема в точке, то она имеет в ней конечные частные производные;

3) всякая дифференцируемая в точке функция является непрерывной в ней;

4) если функция дифференцируема в точке, то она имеет в ней производную по любому направлению. Верными среди них являются:

A) все; B) 1, 2, 3; C) 2, 3, 4; D) 1, 3, 4.

5. Производная $\frac{\partial^5 U}{\partial x \partial y^4}$ для функции $U = \sin x \cdot \cos 2y$ равна:

A) $2^4 \cos x \cdot \cos 2y$; B) $-2^4 \cos x \cdot \cos 2y$; C) $2 \cos x \cdot \sin 2y$; D) $-2 \cos x \cdot \sin 2y$.

6. Производная для функции z=xy2 в точке M(1, 1) в направлении вектора e(–3, 4) равна:

A) 1; B) 2; C) 3; D) другое число.

7. Точками возможного экстремума функции $U(x,y) = x^2 - xy + y^2$ являются:

A) $(0,0)$; B) $(0,1)$; C) $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)$; D) нет точек локального экстремума.

8. Запишите первые два члена в разложении функции z=ex·sin2y по формуле Тейлора с центром разложения в точке (0;0).

Максимальный тестовый балл равен 10, так как задания 4 и 8 оцениваются в 2 балла, а все остальные – в один. Если студент набирает N баллов, то при $N \geq 9$ выставляется оценка «отлично», при $7 \leq N \leq 8$ – «хорошо», а при $5 \leq N \leq 6$ – «удовлетворительно». В 2005–06 учебном году на 2-м курсе отделения «Физика и математика» Стерлитамакской государственной педагогической академии результаты проведения коллоквиума показали, что они согласуются с итогами экзамена тех же студентов за 1-й курс. Сравнительные показатели, округленные до целого значения, являются следующими: оценку «отлично» получили 13% студентов на коллоквиуме против 16% – на экзамене; оценку «хорошо» – 39% против 44%; «удовлетворительно» – 27% против 32%; «неудовлетворительно» – 21% против 8%.

В дополнение к сказанному отметим, что для рубежной (тематической) аттестации педагогическое тестирование выполняет и обучающий характер, поскольку студент вправе повысить тестовый балл на 1–2 пункта, если в течение дополнительных 30 минут проделывает работу над ошибками и выполняет задание, предлагаемое из другого варианта ПТ.

Таким образом, преимуществами ПТ являются:

- во-первых, повышение объективности контроля, потому что исключается влияние на оценку побочных и случайных факторов (например, личности преподавателя и самого студента, их взаимоотношений);
- во-вторых, большая дифференцируемость оценки и структурирование результатов тестирования благодаря множеству градаций оценки, позволяющей соотносить уровни достижений обучающихся по предмету в целом и по его отдельным существенным элементам;
- в-третьих, ориентированность показателей ПТ на измерение усвоения ключевых понятий, тем и элементов учебной программы, а не совокупности знаний, имеющей место при традиционной оценке.

У педагогического тестирования как метода контроля имеются и ограничения в проверке глубинного понимания предмета, природного интеллекта и творческих способностей студентов. Поэтому применение педагогических тестов дает наилучший эффект в сочетании с традиционными методами контроля.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Виленский М.Я., Образцов П.И., Уман А.И.* Технологии профессионально-ориентированного обучения в высшей школе: Учеб. пособ. / Под ред. В.А. Сластенина; М.: Педагогическое общество России, 2004. 192 с.
2. *Дорофеев А.В.* Проектирование математической учебной деятельности в профессиональном образовании будущего педагога // Образование и наука: Известия Уральского отделения РАО. 2005. №2 (32). С. 82-90.
3. *Дорофеев А.В.* Конструирование тестовых заданий теоретического содержания в преподавании высшей математики // Открытое образование и информационные технологии: Матер. Всероссийск. науч.-метод. конф. 17–20 октября 2005 г. // Приложение к журналу «Открытое образование». Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2005. С.81-85.
4. *Дорофеев А.В.* Предел, непрерывность функции одной переменной: Теория, практика, тесты: Учеб.-метод. комплекс по математическому анализу для студентов 1-го курса по специальностям «050202 – Информатика», «050203– Физика и математика». Стерлитамак: Стерлитамак. гос. пед. акад., 2005. 153 с. (Рекомендовано Министерством образования Республики Башкортостан).
5. *Михайлычев Е.А.* Дидактическая тестология. М.: Народное образование, 2001. 432 с.
6. Теория и практика конструирования педагогических тестов: Учеб. пособ. / М.Б. Челышкова; М.: Логос, 2002. 432 с.